

勇攀机构运动分析的高峰 ——空间 7R 机构位移分析获突破

梁崇高

(北京邮电大学, 北京 100088)

[关键词] 空间连杆机构, 平台机构, 位移分析, 输入输出方程

机构学国际资深学者、美国哥伦比亚大学教授 F. Freudenstein 于 1973 年在他的重要论文“机构运动学：过去、现在和将来”中，把用空间任意方向的七个转动副（轴）（R）连接的，由七个空间刚性杆组成的七杆 7R 机构的位移分析，比喻为机构运动学分析中的珠穆朗玛峰。此后的十几年中，探索 7R 机构及其它相关机构的位移分析，也就是寻求它的位移输入输出方程，便成了空间机构学的热点及著名难题。这个问题的解决，经过了曲折的过程，足足用了 13 年时间。

人类现今使用着各式各样的机器，其构造、性能和用途虽有不同，但都是由一些相同的运动成分——机构组成的，如齿轮机构、凸轮机构、连杆机构等。本文将仅涉及连杆机构。

自从 18 世纪工业革命以来，大量采用的是平面连杆机构，各个构件均在平行的平面中运动。如平面四杆机构，它的一个杆作为机架，一个作为输入杆，一个作为输出杆，还有一个连接输入和输出的杆叫连杆。如果机构的各参数（如杆长等）已知，求解输入变量与输出变量之间的位移、速度、加速度及高阶加速度的关系，这叫机构分析；反之，给定输入与输出变量的若干组值，求各参数（如杆长）值，叫作机构综合。分析是综合的基础，没有分析也就谈不到综合。在分析关系中，位移关系是非线性关系，其输入输出位移方程是高阶非线性方程。机构越复杂，非线性程度也越高。而速度、加速度及高阶加速度输入输出关系式是变系数的线性关系，与位移关系相比，要简单一些。因此，机构分析首要的也是最困难的就是求解位移关系式。

与平面机构相比，空间机构具有某种优越性，如机构紧凑，能实现空间的运动关系等。但由于空间关系比平面关系复杂，一方面难于在平面图板上进行图解作业；另一方面，即使建立起机构的约束方程组，由于计算技术及计算机器的落后，也难于求解这些方程组，所以很难付诸实际应用。因此，过去除极简单的机构外，空间机构的应用和研究都很少。

随着电子计算机的出现和不断普及，以及机器人在工业中大显身手，从本世纪 60 年代末开始，空间机构学的研究逐渐在机构学领域形成热潮。人们首先在各个数学方法中寻找适合于方便描述和建立空间机构约束方程组及运动分析的方法，如矢量法、矩阵法、四元素法、球

获国家自然科学基金资助项目。

本文于 1996 年 7 月 8 日收到

面三角法、对偶数法等。与此同时,对单环单自由度机构的运动分析,由简到繁,逐渐地解决了四杆、五杆等空间机构,从约束方程组消去中间变量,最后得到了只含输入变量及输出变量的位移方程,进而容易得到速度方程和加速度方程。为了检验其正确性,用计算机作出数字实例,解出所有的根,包括实根及复根。至 70 年代末,人们基本完成了四杆、五杆、六杆以及特殊的七杆机构的运动分析基本任务,得到了它们的只含输入变量及输出变量的位移方程式,是封闭解,或曰解析解。由于单环单自由度机构最多只能有七根杆件,因此,最一般的七杆机构应是具有七个转动副(R)的 7R 机构。含有滑动副(P)的机构要比不含 P 副的简单一些。如 RRP RPRR 是由五个转动副和两个滑动副连接起来的七杆机构,其解比 RRRRRR 的 7R 机构简单,但仍十分复杂。值得一提的是,在空间机构运动分析方面,美国佛罗里达大学智能机器及机器人中心主任 J. Duffy 教授作出了卓越贡献。他把单环单自由度机构,按照其等效球面机构的自由度数分成四组,共计 70 多种机构。他运用球面三角公式及对偶数方法,采用一整套递推符号以简化公式便于上机,由此建立起各种机构的约束方程组,经过约化和各种变换,最后采用结式消元法(Sylvester Dialytic Elimination),得到只含输入及输出变量的位移方程。运用这种方法解决了 70 多种机构的大多数,但是 RRRRRC(C 是圆柱副)机构,6R-P 的四种机构,5R-2P 的一种机构以及一般 7 杆 7R 机构始终没能得到解决。其中 7R 机构即为被 F. Freudenstein 喻为机构运动分析中的珠穆朗玛峰。

我国青年学者李宏友和廖启征,在梁崇高教授的指导下,从 1984 年以来即对空间机构进行了研究,后来廖启征又得到张启先教授的指导。他们吸收了前人的优点,尤其是用 Duffy 的递推符号原理,发展了自己的独特方法,即新的矢量法与新的复数法,逐步地解决了 RRRRRC 机构及 5R-2P 机构,直到解决了 6R-P 机构。当李宏友、梁崇高的 6R-P 机构的论文投到国际机构学及机器理论联合会(IF TOMM)的学报《机构学及机器理论》(《MMT》)时,得到审稿人 J. Duffy 的高度评价。他指出,这篇论文是一次突破,是 1974 年以来机构分析领域中最重要的一篇文章。尤其重要的是,他认为应用这篇论文的新颖方法,有可能解决 7R 机构,即所谓的珠穆朗玛峰问题。在 Duffy 教授的鼓舞下,我们分别用两种方法,伴以发现的投影半角正切定理及混合关系式,并且改进了消元过程,终于推导出了 7R 机构的输入输出位移方程及配套的方程,登上了机构运动分析的珠穆朗玛峰。廖启征、梁崇高和张启先的论文“空间 7R 机构位移分析的新研究”,于 1986 年在《机械工程学报》第 3 期发表。李宏友、梁崇高的论文“Displacement Analysis of the General Spatial 7-Link 7R Mechanism”中是一个 16 次方程,于 1988 年在《MMT》第 3 期发表。这些研究得到了国家自然科学基金资助。

一般 7R 机构的输入输出位移方程的导出,不但解决了闭环机构的基本问题,而且也同时解决了开环机器人机构的一般六关节机械手臂的逆问题:给定机械手末端的位姿反求各关节位移变量。因为,如果我们在末端与基座间画一个假想的机架,就可以把开环机构变成了闭环机构,将 6R 机械手转换成 7R 机构。此项“空间机构位移分析”成果,荣获 1987 年国家教委科技进步奖一等奖及 1989 年国家自然科学奖四等奖。

现行的绝大多数机械手都是开环串联机械手,末端是开放的,因此灵活性好,工作空间比较大,但是刚性较差,承载力低。从理论上说,它的位移逆解复杂,不利于实时控制。人们于是寻求能够克服这一弱点的新的机械手机构,并发现了所谓并联式机械手机构,这种机构是从 Stewart 设计的平台型航空模拟器转化而来,因而也称为 Stewart 平台机构。它是由上

下两个平台组成：一个平台固定为机座；另一个是动平台，安装着机械手爪。平台间一般由数个运动链（腿）连接，用得较多的是六条腿。由于它是闭式机构，而且各腿是并联的，因此，刚度好，承载能力强，而且运动学逆解简单，便于实时控制。但是事物是一分为二的，其灵活性就大大不如串联机械手了。它的逆解虽然简单，但正解却很复杂。也就是说，给定各条腿的长度，求动平台的位姿是个难题。而这一问题对于并联机械手的研究、设计和模拟又是必须首先解决的。近几年来，这些并联机械构手的位移正解成了研究热点之一。我们与国际发展同步，解决了几种平台机构的正解。尤其是文福安等在梁崇高教授的指导下，解决了一般 6-6 型位移正解，得到《MMT》审稿人的高度评价。他们认为这是一次勇敢的努力，是他们看过的最重要的论文之一。目前，我们已开始对空间台体机构的位置正解问题进行研究，并取得了一些进展。这些研究，也得到了国家自然科学基金的资助。

近两年，我们又在柔顺系统问题上进行了工作，解决了平面特殊三簧系统的静力逆分析问题，并与美国佛罗里达大学 Duffy 教授以及英国 Primrose 教授合作，解决了空间三簧系统静力逆分析，这对于大变形柔顺机构的研究具有重要意义。扩大国际合作将会加速科学研究进展。此外，我们还在努力掌握和应用计算机代数系统（如 REDUCE，MATHEMATICA 等），这对于越来越难的问题的求解大有帮助。与此同时，我们也正在努力学习与应用我国著名数学家吴文俊院士的消元法，以期解决更多的机构学问题。

SCALE THE HEIGHTS OF MECHANISM KINEMATIC ANALYSIS

Liang Chonggao

(Department of Mechanical and Electronic Engineering, Beijing University
of Posts and Telecommunications, Beijing 100088)

Key words spatial linkages, platform mechanism, displacement analysis, input-output equation

· 资 料 ·

澳大利亚研究理事会简介

由澳大利亚就业、教育与培训部部长直接领导的国家就业、教育与培训委员会，下设 6 个理事会，向该委员会提供政策咨询。这 6 个理事会分别是：澳国际教育基金理事会、中小学理事会、高等教育理事会、就业技能理事会、澳语言与法制理事会及澳研究理事会。与其它 5 个理事会不同，澳研究理事会除向部长提供资助科研的咨询意见外，还负责向高等学校教育、基础研究项目及培养人才提供经费。因此，该理事会的职责是：(1) 提供研究经费的分配政策、科学研究战略方针；(2) 以澳大利亚社会利益为目标，促进高水平的科学研究，培养高水平的人才。

据介绍，从 1997 年开始，根据澳大利亚政府的有关改革措施及教育与科技战略安排，前面提到的 6 个理事会将改为 2 个，即澳大利亚研究理事会 (ARC) 及澳大利亚医学理事会 (MRC)。

(国际合作局 陈淮 供稿)